УДК 621.373.826.032:534.232.082.73

О. Н. Петрищев[1], *д.т.н., профессор*,
К. В. Базило[2], *к.т.н., доцент*
[1]Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»
просп. Победы, 37, Киев, 03056, Украина
[2]Черкасский государственный технологический университет
б-р Шевченко, 460, Черкассы, 18006, Украина

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ТРАНСФОРМАЦИИ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ТРАНСФОРМАТОРА С СЕКТОРНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Основной результат настоящей статьи заключается в том, что предложена рациональная методика построения математической модели пьезокерамического трансформатора с секторным электродированием рабочей поверхности диска, которая не предполагает решения бесконечной системы алгебраических уравнений.

Пьезоэлектрические диски с секторным электродированием поверхности являются практически основным элементом многих микроэлектромеханических систем. Однако в настоящее время отсутствуют надежные и достоверные методики построения математических моделей пьезоэлектрических устройств, которые могли бы использоваться в качестве теоретических основ расчета характеристик и параметров этого класса функциональных элементов современной пьезоэлектроники. В результате исследования математической модели реального устройства можно определить тот набор геометрических, физико-механических и электрических параметров реального объекта, который обеспечивает реализацию технических показателей функционального элемента пьезоэлектроники, оговоренных в техническом задании. Это существенно сокращает время и стоимость разработки новых функциональных элементов пьезоэлектроники.

Ключевые слова: *пьезоэлектрический трансформатор, физические процессы, математическая модель, секторные электроды.*

Введение. В работе [1] дана постановка задачи о расчете параметров напряженно-деформированного состояния тонкого пьезокерамического диска с разрезными электродами (рис. 1) и предложена универсальная методика определения разности электрических потенциалов U_2 на электрической нагрузке Z_2 во вторичной электрической цепи пьезоэлектрического трансформатора. В работе [2] методом последовательных приближений выполнено решение системы дифференциальных уравнений установившихся планарных неосесимметричных колебаний тонкого пьезокерамического диска с разрезными электродами. Определены расчетные формулы для компонентов вектора смещения материальных частиц колеблющегося диска и выполнена оценка электрического импеданса первичной электрической цепи пьезоэлектрического трансформатора для режима короткого замыкания во вторичной электрической цепи. Основным результатом статьи [2] является построение альтернативной предлагаемой в монографии [3] теории неосесимметричных планарных колебаний тонких пьезокерамических дисков.

В настоящей статье, которая является логическим продолжением и завершением публикаций [1, 2], предлагается усовершенствованная (по сравнению с предлагаемой в работе [1]) методика построения математической модели пьезокерамического трансформатора, расчетная схема которого показана на рис. 1, что и является ***целью*** данной работы.

1. Методика построения математической модели пьезокерамического трансформатора с секторными электродами

Как и ранее [1], математической моделью пьезоэлектрического трансформатора будем называть аналитическое выражение $K(\omega,\Pi)$ (ω – круговая частота; символ Π обозначает набор геометрических, физико-механических и электрических параметров трансформатора (рис. 1)), которое определя-

ется следующим образом:

$$K(\omega,\Pi)=\frac{U_2e^{i\omega t}}{U_1e^{i\omega t}}=\frac{U_2}{U_1}, \qquad (1)$$

где U_1 и U_2 – амплитудные значения электрических потенциалов на электродах первичной и вторичной электрической цепи пьезокерамического трансформатора; $i=\sqrt{-1}$ – мнимая единица; t – время. Функция $K(\omega,\Pi)$ по своему физическому содержанию имеет смысл коэффициента трансформации дискового пьезоэлектрического трансформатора.

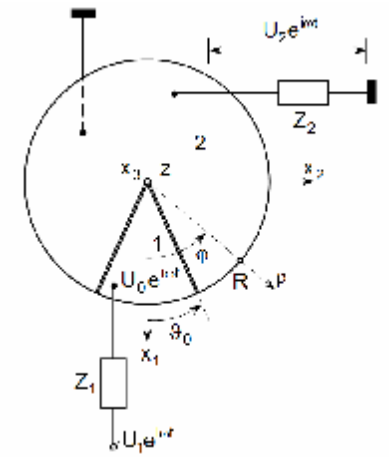

Рис. 1. Расчетная схема объекта

Поскольку источник электрического потенциала в первичной электрической цепи трансформатора имеет отличное от нуля комплексное выходное сопротивление Z_1, постольку амплитудное значение U_0 электрического потенциала на секторном электроде 1 будет отличаться (естественно, в меньшую сторону) от амплитудного значения U_1. В работе [1] показано, что электрический потенциал $U(\varphi)$ на сегментированной поверхности пьезокерамического диска можно представить следующим разложением:

$$U(\varphi)=\sum_{m=0}^{\infty}\Phi^{(m)}\cos m\varphi, \qquad (2)$$

где коэффициенты разложения $\Phi^{(m)}$ рассчитываются по формулам

$$\Phi^{(0)}=U_0\frac{\vartheta_0}{\pi}+U_2\frac{\pi-\vartheta_0}{\pi};$$

$$\Phi^{(m)}=\frac{2\sin m\vartheta_0}{m\pi}(U_0-U_2)\forall m\geq 1.$$

Для того, чтобы определить потенциалы U_0 и U_2 через потенциал U_1, что, собственно говоря, и является основной целью процесса математического моделирования пьезокерамического трансформатора, необходимо иметь в своем распоряжении соотношения для расчета компонентов вектора смещения материальных частиц колеблющегося диска. Эти соотношения определяются в результате решения системы дифференциальных уравнений установившихся планарных колебаний тонкого пьезокерамического диска. Эта система уравнений не может быть решена точно в замкнутом виде. В работе [2] предложен метод последовательных приближений, с помощью которого можно получить результаты, которые сколь угодно близко приближаются к точным решениям упомянутой выше системы дифференциальных уравнений.

В работе [2] показано, что нулевое (самое грубое) приближение к точным решениям, т. е. к функциям $u_\rho(\rho,\varphi)$ и $u_\varphi(\rho,\varphi)$, которые определяют амплитудные значения радиального и окружного компонентов вектора смещения материальных частиц колеблющегося диска, можно записать в следующем виде:

$$u_\rho^{(0)}(\rho,\varphi)=-\frac{e_{31}^*R}{\alpha c_{11}^*}\left[U_0\frac{\vartheta_0}{\pi}+U_2\frac{\pi-\vartheta_0}{\pi}\right]\frac{J_1(\gamma\rho)}{[\gamma RJ_0(\gamma R)-(1-k)J_1(\gamma R)]}-$$

$$-\frac{2e_{31}^*R}{\alpha c_{11}^*}(U_0-U_2)\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin m\vartheta_0}{m\pi}\frac{F_B^{(0,m)}(\lambda)}{\Psi_0^{(m)}(\gamma,\lambda,R)}J_{\nu_m}(\gamma\rho)\cos m\varphi, \qquad (3)$$

$$u_\varphi^{(0)}(\rho,\varphi)=\frac{2e_{31}^*R}{\alpha c_{11}^*}(U_0-U_2)\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin m\vartheta_0}{m\pi}\Psi_\varphi^{(0,m)}(\rho)\sin m\varphi, \qquad (4)$$

где e_{31}^* и c_{11}^* – пьезомодуль и модуль упругости тонкого пьезокерамического диска для режима планарных колебаний, причем $e_{31}^*=e_{31}-e_{33}c_{12}^E/c_{33}^E$; $c_{11}^*=c_{11}^E-(c_{12}^E)^2/c_{33}^E$; e_{31}, e_{33}, c_{11}^E, c_{12}^E и c_{33}^E – справочные значе-

ния пьезомодулей и модулей упругости для поляризованной по толщине диска пьезокерамики; α и R - толщина и радиус диска, причем $\alpha/R << 1$; ϑ_0 – половинный угол раскрыва секторного электрода в первичной электрической цепи пьезокерамического трансформатора; $\gamma = \omega\big/\sqrt{c_{11}^*/\rho_0}$ – волновое число радиальных колебаний тонкого диска; ρ_0 – плотность пьезокерамики. Символами $J_q(\gamma\rho)$ ($q = 0,1,\nu_m$) обозначены функции Бесселя соответствующих порядков; дробный порядок $\nu_m = \sqrt{1 + (1-k)m^2/2}$, где $k = c_{12}^*/c_{11}^*$; $c_{12}^* = c_{12}^E\left(1 - c_{12}^E/c_{33}^E\right)$. Частотно зависимая функция $F_B^{(0,m)}(\lambda) = (1+\mu_m)J_{\mu_m}(\lambda R) - \lambda R J_{\mu_m - 1}(\lambda R)$, где $\lambda = \omega\big/\sqrt{\left(c_{11}^* - c_{12}^*\right)/(2\rho_0)}$ – волновое число окружных планарных колебаний материальных частиц тонкого пьезокерамического диска; $\mu_m = \sqrt{1 + 2m^2/(1-k)}$ – дробный порядок функций Бесселя $J_{\mu_m}(\lambda R)$ и Неймана $N_{\mu_m}(\lambda R)$, которые присутствуют в математическом описании окружной составляющей планарных колебаний тонкого диска. Символом $\Psi_0^{(m)}(\gamma,\lambda,R)$ обозначено нулевое приближение к точному значению частотного уравнения неосесимметричной, номера m, моды планарных колебаний тонкого пьезокерамического диска. Числовые значения функции $\Psi_0^{(m)}(\gamma,\lambda,R)$ задаются следующим выражением:

$$\Psi_0^{(m)}(\gamma,\lambda,R) = F_B^{(0,m)}(\lambda)\left[\gamma R J_{\nu_m - 1}(\gamma R) - (\nu_m - k)J_{\nu_m}(\gamma R)\right] -$$
$$- km\left[F_A^{(0,m)}(\gamma,\lambda)J_{\mu_m}(\lambda R) - \frac{\pi}{2}F_B^{(0,m)}(\lambda)N_{\mu_m}(\lambda R)\int_0^R \frac{1}{x}F_{\nu_m}^{(0)}(\gamma x)J_{\mu_m}(\lambda x)dx\right], \quad (5)$$

где функции $F_A^{(0,m)}(\gamma,\lambda)$ и $F_{\nu_m}^{(0)}(\gamma x)$ определяются следующим образом:

$$F_A^{(0,m)}(\gamma,\lambda) = mJ_{\nu_m}(\gamma R) + \frac{\pi}{2}\left[(1+\mu_m)N_{\mu_m}(\lambda R) - \lambda R N_{\mu_m - 1}(\lambda R)\right]\int_0^R \frac{1}{x}F_{\nu_m}^{(0)}(\gamma x)J_{\mu_m}(\lambda x)dx;$$

$$F_{\nu_m}^{(0)}(\gamma x) = \frac{(3-k)m}{1-k}\left\{J_{\nu_m}(\gamma x) + \frac{k+1}{3-k}\left[\gamma x J_{\nu_m - 1}(\gamma x) - \nu_m J_{\nu_m}(\gamma x)\right]\right\}.$$

Функция $\Psi_\varphi^{(0,m)}(\rho)$ рассчитывается по формуле

$$\Psi_\varphi^{(0,m)}(\rho) = \frac{1}{\Psi_0^{(m)}(\gamma,\lambda,R)}\left\{\left[F_A^{(0,m)}(\gamma,\lambda) - \frac{\pi}{2}F_B^{(0,m)}(\lambda)\int_\rho^R \frac{1}{x}F_{\nu_m}^{(0)}(\gamma x)N_{\mu_m}(\lambda x)dx\right]J_{\mu_m}(\lambda\rho) -\right.$$
$$\left. - \frac{\pi}{2}F_B^{(0,m)}(\lambda)N_{\mu_m}(\lambda\rho)\int_0^\rho \frac{1}{x}F_{\nu_m}^{(0)}(\gamma x)J_{\mu_m}(\lambda x)dx\right\}.$$

Числовые значения корней $\chi_n^{(m)} = \gamma_n^{(m)}R$ ($n = 1,2,3,...$) уравнения $\Psi_0^{(m)}(\gamma_n,\lambda_n,R) = 0$ для окружных гармоник с номерами $m \geq 1$ в диапазоне значений безразмерных волновых чисел (частот) $\gamma R \leq 10$ для параметра упругих свойств пьезокерамики $k = c_{12}^*/c_{11}^* = 0,34$ показаны в табл. 1.

Следует обратить внимание на то, что первый корень $\chi_1^{(1)}$ или, что то же самое, частота первого электромеханического резонанса для первой ($m = 1$) окружной моды, имеет меньшее значение по сравнению с частотой первого электромеханического резонанса осесимметричных радиальных колебаний. С ростом номера m окружной моды числовые значения безразмерной частоты $\gamma_1^{(m)}R$ монотонно возрастают, и поэтому общее число корней уравнения $\Psi_0^{(m)}(\gamma_n,\lambda_n,R) = 0$ в любом фиксированном диапазоне числовых значений безразмерных волновых чисел (частот) имеет фиксированное (ограниченное) значение.

Таблица 1

Числовые значения корней уравнения $\Psi_0^{(m)}(\gamma_n, \lambda_n, R) = 0$

$m \backslash \chi_n^{(m)}$	$\chi_1^{(m)}$	$\chi_2^{(m)}$	$\chi_3^{(m)}$	$\chi_4^{(m)}$	$\chi_5^{(m)}$	$\chi_6^{(m)}$
1	1,085045	2,464587	3,674256	7,571771	8,735141	9,413737
2	2,057536	3,134450	4,846928	6,378587	6,729860	-
3	2,966933	3,690970	6,101373	6,889025	8,130622	-
4	3,819653	4,700591	9,486512	-	-	-
5	4,618638	5,552675	-	-	-	-
6	5,374142	6,435415	-	-	-	-
7	6,098880	7,336232	-	-	-	-
8	6,802725	8,245702	-	-	-	-
9	7,492040	9,157764	-	-	-	-
10	8,170770	-	-	-	-	-
11	8,841415	-	-	-	-	-
12	9,505634	-	-	-	-	-

Примечание: прочерк в ячейке означает, что числовое значение корня больше 10.

Рассматривая конструкцию выражений (3) и (4), можно сделать вывод, что потенциалы U_0 и U_2 линейно связаны между собой. Для того, чтобы определить эту связь, выполним расчет амплитудного значения U_2 электрического потенциала на секторном электроде 2 во вторичной электрической цепи трансформатора.

Очевидно, что

$$U_2 = I_2 Z_2, \qquad (6)$$

где I_2 – амплитудное значение электрического тока в проводнике, который соединяет электрическую нагрузку Z_2 с секторным электродом 2. В монографии [4] показано, что амплитуда электрического тока $I_2 = -i\omega Q_2$, где Q_2 – амплитудное значение изменяющегося во времени по закону $e^{i\omega t}$ электрического заряда на секторном электроде 2. Электрический заряд

$$Q_2 = \int_{\vartheta_0}^{2\pi-\vartheta_0} \int_0^R \rho D_z^{(2)}(\rho,\varphi) d\rho d\varphi, \qquad (7)$$

где $D_z^{(2)}(\rho,\varphi)$ – аксиальный компонент вектора электрической индукции под секторным электродом 2. Числовое значение $D_z^{(2)}(\rho,\varphi)$ в тонком, совершающем планарные колебания, пьезоэлектрическом диске определяется следующим образом:

$$D_z^{(2)}(\rho,\varphi) = e_{31}^*\left[\varepsilon_{\rho\rho}(\rho,\varphi) + \varepsilon_{\varphi\varphi}(\rho,\varphi)\right] + \chi_{33}^* E_z^{(2)}, \qquad (8)$$

где $\varepsilon_{\rho\rho}(\rho,\varphi) = \partial u_\rho(\rho,\varphi)/\partial\rho$,

$\varepsilon_{\varphi\varphi}(\rho,\varphi) = \partial u_\varphi(\rho,\varphi)/(\rho\partial\varphi) + u_\rho(\rho,\varphi)/\rho$ – деформации сжатия-растяжения вдоль радиальной и окружной криволинейной оси соответственно; алгебраическая сумма $\varepsilon_{\rho\rho}(\rho,\varphi) + \varepsilon_{\varphi\varphi}(\rho,\varphi)$ является линейным инвариантом тензора деформации в цилиндрической системе координат и имеет смысл объемной деформации тонкого пьезокерамического диска; $\chi_{33}^* = \chi_{33}^{\varepsilon} + e_{33}^2/c_{33}^E$ – диэлектрическая проницаемость для режима постоянства (равенства нулю) нормального напряжения σ_{zz}; $E_z^{(2)} = -U_2/\alpha$ – аксиальный компонент вектора напряженности электрического поля под секторным электродом 2.

Подставляя в определения компонентов тензора деформации выражения (3) и (4), а полученные результаты – последовательно в соотношения (8) и (7), после выполнения тривиальной операции интегрирования можем записать следующее выражение:

$$Q_2 = -K_{31}^2 U_0 C_2^* \Xi_0(\gamma,\lambda) - U_2 C_2^* \Xi_2(\gamma,\lambda), \qquad (9)$$

где $K_{31}^2 = (e_{31}^*)^2/(\chi_{33}^* c_{11}^*)$ – квадрат коэффициента электромеханической связи в режиме планарных колебаний тонкого пьезокерамического диска. Числовое значение K_{31}^2 характеризует эффективность двойного преобразования энергии в пьезокерамике и является энергетической характеристикой материала. Символом C_2^* обозначена динамическая электрическая емкость секторного электрода 2, причем $C_2^* = (\pi - \vartheta_0)R^2\chi_{33}^*/\alpha$. Символами $\Xi_0(\gamma,\lambda)$ и $\Xi_2(\gamma,\lambda)$ обозначены следующие аналитические конструкции:

$$\Xi_0(\gamma,\lambda)=\frac{2\vartheta_0 J_1(\gamma R)}{\pi[\gamma R J_0(\gamma R)-(1-k)J_1(\gamma R)]}-\frac{4}{\pi-\vartheta_0}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin^2 m\vartheta_0}{m^2\pi}\times$$

$$\times\left\{\frac{F_B^{(0,m)}(\lambda)}{\Psi_0^{(m)}(\gamma,\lambda,R)}J_{\nu_m}(\gamma R)-\frac{m}{R}\int_0^R\Psi_\varphi^{(0,m)}(\rho)d\rho\right\};$$

$$\Xi_2(\gamma,\lambda)=1+\frac{2K_{31}^2(\pi-\vartheta_0)J_1(\gamma R)}{\pi[\gamma R J_0(\gamma R)-(1-k)J_1(\gamma R)]}-\frac{4K_{31}^2}{\pi-\vartheta_0}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin^2 m\vartheta_0}{m^2\pi}\times$$

$$\times\left\{\frac{F_B^{(0,m)}(\lambda)}{\Psi_0^{(m)}(\gamma,\lambda,R)}J_{\nu_m}(\gamma R)-\frac{m}{R}\int_0^R\Psi_\varphi^{(0,m)}(\rho)d\rho\right\}.$$

Так как $U_2=-i\omega Q_2 Z_2$, то после подстановки выражения (9) в это определение, которое с очевидностью следует из соотношения (6), получаем следующее уравнение:

$$U_2\left[1+i\omega C_2^* Z_2\Xi_2(\gamma,\lambda)\right]=i\omega C_2^* Z_2\Xi_0(\gamma,\lambda)K_{31}^2 U_0,$$

откуда следует, что

$$U_2=\Psi_2(\gamma,\lambda)U_0, \qquad (10)$$

где частотно зависимый коэффициент пропорциональности

$$\Psi_2(\gamma,\lambda)=\frac{i\omega C_2^* Z_2 K_{31}^2\Xi_0(\gamma,\lambda)}{1+i\omega C_2^* Z_2\Xi_2(\gamma,\lambda)}.$$

Теперь определим потенциал U_0 через потенциал U_1 источника электрической энергии в первичной электрической цепи пьезоэлектрического трансформатора.

Из показанной на рис. 1 расчетной схемы следует, что

$$U_0=\frac{U_1 Z_{эл}^{(1)}}{Z_1+Z_{эл}^{(1)}}, \qquad (11)$$

где $Z_{эл}^{(1)}$ – электрический импеданс части пьезокерамического диска, которая покрыта секторным электродом 1. Следуя закону Ома для участка электрической цепи, определим $Z_{эл}^{(1)}$ следующим соотношением:

$$Z_{эл}^{(1)}=\frac{U_0}{I_1}, \qquad (12)$$

где $I_1=-i\omega Q_1$ – амплитудное значение электрического тока в проводнике, который соединяет источник электрической энергии и секторный электрод 1 первичной электрической цепи пьезоэлектрического трансформатора. Электрический заряд Q_1 на секторном электроде 1 определяется стандартным образом:

$$Q_1=2\int_0^{\vartheta_0}\int_0^R\rho D_z^{(1)}(\rho,\varphi)d\rho d\varphi, \qquad (13)$$

где $D_z^{(1)}(\rho,\varphi)=e_{31}^*\left[\varepsilon_{\rho\rho}(\rho,\varphi)+\varepsilon_{\varphi\varphi}(\rho,\varphi)\right]-\chi_{33}^* U_0/\alpha$ – аксиальный компонент вектора электрической индукции в деформируемом пьезокерамическом диске под секторным электродом 1.

Подставляя в определение компонентов тензора деформации выражения (3) и (4), в которых потенциал U_2 заменяется правой частью выражения (10), после вычисления интеграла (13) получаем следующий результат:

$$Q_1=-C_1^* U_0\Xi_1(\gamma,\lambda), \qquad (14)$$

где $C_1^*=\vartheta_0 R^2\chi_{33}^*/\alpha$ – динамическая электрическая емкость части пьезокерамического диска под секторным электродом 1. Частотно зависимая функция $\Xi_1(\gamma,\lambda)$ определяется следующим выражением:

$$\Xi_1(\gamma,\lambda)=1+4K_{31}^2\frac{[\vartheta_0+\Psi_2(\gamma,\lambda)(\pi-\vartheta_0)]J_1(\gamma R)}{\pi[\gamma R J_0(\gamma R)-(1-k)J_1(\gamma R)]}-4K_{31}^2\frac{\vartheta_0}{\pi}[1-\Psi_2(\gamma,\lambda)]\times$$

$$\times\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{\sin m\vartheta_0}{m\vartheta_0}\right)^2\left\{\frac{F_B^{(0,m)}(\lambda)}{\Psi_0^{(m)}(\gamma,\lambda,R)}J_{\nu_m}(\gamma R)-\frac{m}{R}\int_0^R\Psi_\varphi^{(0,m)}(\rho)d\rho\right\}.$$

После расчета электрического заряда Q_1 по формуле (14) определяется электрический ток $I_1 = i\omega C_1^* U_0 \Xi_1(\gamma,\lambda)$ и электрический импеданс

$$Z_{эл}^{(1)} = \frac{1}{i\omega C_1^* \Xi_1(\gamma,\lambda)}. \quad (15)$$

Подставляя соотношение (15) в определение потенциала U_0, получаем следующую расчетную формулу:

$$U_0 = \frac{U_1}{1 + i\omega C_1^* Z_1 \Xi_1(\gamma,\lambda)}.$$

После подстановки последнего соотношения в определение (10) потенциала U_2, получаем возможность для записи выражения для расчета коэффициента трансформации $K(\omega,\Pi)$:

$$K(\omega,\Pi) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Psi_2(\gamma,\lambda)}{1 + i\omega C_1^* Z_1 \Xi_1(\gamma,\lambda)}. \quad (16)$$

Соотношение (16) имеет смысл математической модели пьезоэлектрического трансформатора с секторным электродированием рабочей поверхности диска. Предлагаемая методика построения функции $K(\omega,\Pi)$ не предполагает решения бесконечной системы алгебраических уравнений, что, без сомнения, выгодно отличает её от схемы вычислительных процедур, которая изложена в работе [1].

Выводы. В статье предложена рациональная методика построения математической модели пьезокерамического трансформатора с секторным электродированием рабочей поверхности диска, которая не предполагает решения бесконечной системы алгебраических уравнений.

Список литературы

1. Петрищев О. Н., Базило К. В. Принципы и методы построения математических моделей дисковых пьезоэлектрических трансформаторов с секторными электродами. *Вісник Черкаського державного технологічного університету. Серія: Технічні науки.* 2017. № 2. С. 33–44.
2. Петрищев О. Н., Базило К. В. Расчет электрического импеданса дискового пьезокерамического трансформатора с закороченным секторным электродом во вторичной электрической цепи. *Вісник Черкаського державного технологічного університету. Серія: Технічні науки.* 2017. № 4. С. 47–62.
3. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Резонансні електромеханічні коливання п’єзоелектричних пластин. Київ: Наукова думка, 2008. 270 с.
4. Петрищев О. Н. Гармонические колебания пьезокерамических элементов. Часть 1. Гармонические колебания пьезокерамических элементов в вакууме и метод резонанса – антирезонанса. Киев: Аверс, 2012. 300 с.

References

1. Petrishchev, O. N. and Bazilo, C. V. (2017) Principles and methods of mathematical models constructing of disk piezoelectric transformers with sector electrodes. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tehnologichnogo universitetu. Seria: Tehnichni nauky*, No. 2, pp. 33–44 [in Russian].
2. Petrishchev, O. N. and Bazilo, C. V. (2017) Calculation of electrical impedance of disk piezoceramic transformer with a shorted sector electrode in the secondary electrical circuit. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tehnologichnogo universitetu. Seria: Tehnichni nauky*, No. 4, pp. 47–62 [in Russian]
3. Shulha, O. M. and Karlash, V. L. (2008). Resonant electromechanical oscillations of piezoelectric plates. Kyiv: Naukova dumka, 270 p. [in Ukrainian].
4. Petrishchev, O. N. (2012). Harmonic oscillations of piezoceramic elements. Part 1. Harmonic oscillations of piezoceramic elements in vacuum and resonance-antiresonance method. Kyiv: Avers, 300 p. [in Russian].

O. N. Petrishchev[1], *Dr.Tech.Sc.*, *professor*,
C. V. Bazilo[2], *Ph.D. (Eng.)*, *associated professor*
[1]National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
Peremogy ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine
[2]Cherkasy State Technological University
Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine

CALCULATION OF TRANSFORMATION COEFFICIENT OF PIEZOCERAMIC TRANSFORMER WITH SECTOR ELECTRODES

The purpose of this article is to develop an improved technology of mathematical model constructing of disk piezoceramic transformers with cut electrodes.

The main result of this article is that a rational method for mathematical model constructing of piezoceramic transformer with sector electrodes is proposed. This does not involve solving an infinite system of algebraic equations.

Piezoelectric disks with partial covering by electrodes of one or two surfaces are often used to create various functional piezoelectronic devices. Disks with sector covering by electrodes are almost the main element of many microelectromechanical systems. Currently, there are no reliable and valid methods of constructing of mathematical models of piezoelectric transformers, which could be used as a theoretical basis for characteristics and parameters calculating of this class of functional elements of modern piezoelectronics. As a result of research of mathematical model of a real device, a set of geometrical, physical, mechanical and electrical parameters of a real object that provides implementation of technical indicators of functional element of piezoelectronics specified in technical task can be determined. This significantly reduces time and cost of the development of new functional elements of piezoelectronics. The cost of the saved resources is the commercial price of mathematical model.

Keywords: *piezoelectric transformer, physical processes, mathematical model, sector electrodes.*

Статтю представляє О. М. Петріщев, д.т.н., професор.