

О. Н. Петрищев, *д.т.н., профессор*,

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
просп. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина

К. В. Базило, *к.т.н., доцент*

Черкасский государственный технологический университет
б-р Шевченко, 460, г. Черкассы, 18006, Украина

АЛГОРИТМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТАНТ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Конечной целью математического моделирования физического состояния колеблющихся пьезокерамических элементов является качественное и количественное описание характеристик и параметров существующих в них электрических и упругих полей. Предложен алгоритм экспериментального определения материальных констант пьезокерамики, которая позволяет в рамках эксперимента на одном образце определить три (из четырех, не равных друг другу) модуля упругости, два (из двух, не равных друг другу) пьезомодуля и одно из двух, не равных друг другу, значение диэлектрической проницаемости. Впервые в практике измерения материальных констант пьезокерамики был поставлен и разрешен вопрос об определении частотной зависимости уровня потерь энергии в объеме колеблющейся пьезокерамики.

Ключевые слова: тонкий диск, пьезокерамика, электрический импеданс, физико-механические константы.

Введение. Конечной целью математического моделирования физического состояния колеблющихся пьезокерамических элементов является качественное и количественное описание характеристик и параметров существующих в них электрических и упругих полей. Совершенно ясно, что получение содержательных и достоверных количественных оценок параметров физического состояния пьезоэлектрических (пьезокерамических) элементов не представляется возможным без достоверных данных о величинах физико-механических констант материалов.

Целью данной работы является построение методики экспериментального определения материальных констант пьезокерамики.

Методика экспериментального определения материальных констант пьезокерамики. В работах [1, 2] рассмотрена методика расчета электрического импеданса пьезокерамического диска в области низких, средних и высоких частот. Схема для проведения экспериментальных исследований приведена на рис. 1.

Перед началом измерения электрического импеданса пьезокерамический диск взве-

шивают и измеряют его толщину α и радиус R . По известной массе m и размерам α и R определяется плотность пьезокерамики $\rho_0 = m/(\pi\alpha R^2)$, кг/м³. Для выполнения экспериментальных исследований рекомендуется использовать массивные диски. При этом минимизируются эффекты, связанные с присоединенной массой, которая возникает в процессе пайки проводников к электродированным поверхностям диска.

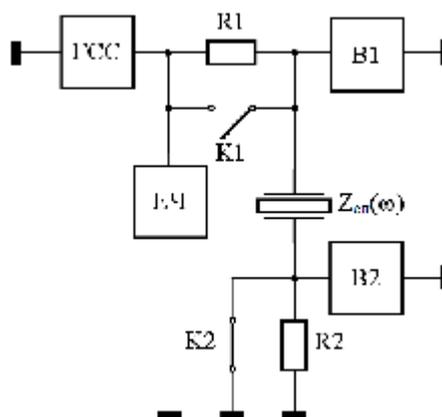


Рис. 1. Электрическая схема макета для измерения электрического импеданса пьезокерамического диска в широком диапазоне частот

При измерении электрического импеданса $Z_{эл}(\omega)$ диск рекомендуется подвешивать в воздухе на тонких нитях для того, чтобы избежать механического контакта с другими объектами. В помещении, где выполняются измерения, должен соблюдаться режим тишины.

Измерения электрического импеданса рекомендуется проводить на макете, электрическая схема которого показана на рис. 1. На схеме аббревиатурой ГСС обозначен генератор синусоидальных сигналов, ЕЧ – электронно-счетный частотомер, В1 и В2 – электронные вольтметры, К1 и К2 – механически замыкаемые и размыкаемые ключи, R1 и R2 – нагрузочные резисторы. Символом $Z_{эл}(\omega)$ на рисунке обозначен исследуемый образец. Показанное на схеме положение ключей К1 и К2 соответствует режиму измерения электрического импеданса в окрестности частоты электромеханического резонанса. При измерениях в окрестности частот электромеханических антирезонансов ключ К1 должен быть замкнут, а ключ К2 – разомкнут. Нагрузочные резисторы R1 и R2 подбираются таким образом, чтобы вольтметры В1 и В2 работали в диапазоне своей максимальной чувствительности, т. е. на шкалах $(1 \div 10) \text{ мВ}$. Величины резисторов R1 и R2 должны быть определены с точностью до одного ома.

Перед началом измерений в широком диапазоне частот на измерительном мосту определяется динамическая электрическая емкость C_{δ}^{σ} в области низких частот. По значениям этой емкости находится диэлектрическая проницаемость $\chi_{33}^{\sigma} = \alpha C_{\delta}^{\sigma} / (\pi R^2)$, Ф/м.

В ходе измерения электрического импеданса $Z_{эл}(\omega)$ должно быть сформировано четкое представление о частотно зависимом изменении функции $Z_{эл}(\omega)$ и должны быть установлены границы областей средних и высоких частот, а также определены границы переходной области. По выполнению всех измерений образуется следующая база экспериментальных данных:

- область средних частот:

частоты первого и второго электромеханических резонансов (f_{p1} и f_{p2}) и антирезонансов (f_{a1} и f_{a2}), которые определяются с точностью до одного герца;

электрический импеданс на частотах первого и второго электромеханических резонансов, т. е. действительные положительные величины $Z_{эл}(f_{p1})$ и $Z_{эл}(f_{p2})$, определенные с точностью до десятых долей ома;

значение динамической электрической емкости C_{δ}^* пьезокерамического диска, которое определяется через электрический импеданс диска, измеренный на частоте $f^* = (f_p + f_a)/2$, где $f_p = (f_{p1} + f_{p2})/2$ и $f_a = (f_{a1} + f_{a2})/2$;

- область высоких частот:

частоты первого и второго толщинного электромеханического резонанса, т. е. величины F_{p1} и F_{p2} , измеренные с точностью до одного герца, а также измеренная с той же точностью циклическая частота F_{a1} первого толщинного антирезонанса;

числовые значения $Z_{эл}(F_{p1})$ и $Z_{эл}(F_{p2})$ электрического импеданса диска на частотах первого и второго электромеханического резонанса, определенные с точностью до десятых долей ома;

числовое значение динамической электрической емкости C_{δ}^{ϵ} , которая, в принципе, должна определяться на бесконечно большой частоте, когда силы инерции обеспечат режим постоянства (равенства нулю) механических деформаций. В реальной ситуации C_{δ}^{ϵ} определяется через модуль электрического импеданса $Z_{эл}(F^{\epsilon})$, где $F^{\epsilon} \geq (F_{p1} + F_{p2})/2$.

Порядок обработки экспериментальных данных.

1. По известному значению C_{δ}^{ϵ} определяется диэлектрическая проницаемость

$$\chi_{33}^{\epsilon} = \frac{\alpha C_{\delta}^{\epsilon}}{\pi R^2}, \text{ Ф/м.}$$

2. По известному значению частоты первого толщинного электромеханического антирезонанса F_{a1} определяется модуль упругости

$$c_{33}^D = \rho_0 (2\alpha F_{a1})^2, \text{ Па.}$$

3. По известным числовым значениям частот F_{p1} и F_{a1} определяется их отношение $\eta = F_{p1}/F_{a1}$ и квадрат коэффициента электромеханической связи для толщинных колебаний пьезокерамического диска

$$K_{33}^2 = \frac{(\pi\eta/2)}{\text{tg}(\pi\eta/2) - (\pi\eta/2)}.$$

4. По известным значениям K_{33}^2 и c_{33}^D определяется модуль упругости

$$K_{33}^2 = \frac{(\pi\eta/2)}{\text{tg}(\pi\eta/2) - (\pi\eta/2)}.$$

4. По известным значениям K_{33}^2 и c_{33}^D определяется модуль упругости

$$c_{33}^E = \frac{c_{33}^D}{1 + K_{33}^2}, \text{ Па.}$$

5. По известным значениям K_{33}^2 , χ_{33}^E и c_{33}^E определяется пьезомодуль

$$e_{33} = K_{33} \sqrt{\chi_{33}^E c_{33}^E}, \text{ Кл/м}^2.$$

6. По известным значениям $Z_{эл}(F_{p1})$ и $Z_{эл}(F_{p2})$ электрического импеданса диска на частотах первого и второго электромеханического резонанса определяются механические добротности

$$Q_{mj}^{(z)} = \frac{K_{33}^2 \Psi(\Omega_{pj})}{2Z_{эл}(F_{pj}) \Omega_{pj} c_{33}^E (1 + K_{33}^2)}, \quad j = 1; 2,$$

где

$$\Psi(\Omega_{pj}) = \frac{2 \operatorname{tg}(\gamma_j \alpha / 2)}{(1 + K_{33}^2) (\gamma_j \alpha / 2)} + \frac{1 - \sin(\gamma_j \alpha) / (\gamma_j \alpha)}{\cos^2(\gamma_j \alpha / 2)};$$

$$\Omega_{pj} = 2\pi F_{pj}; \quad \gamma_j = \Omega_{pj} / \sqrt{c_{33}^D / \rho_0}.$$

7. По известным добротностям $Q_{mj}^{(z)}$ определяются коэффициенты затухания $\beta_j^{(z)}$ (непер, деленный на метр) в области высоких частот

$$\beta_j^{(z)} = \frac{\gamma_j}{2Q_{mj}^{(z)}}, \text{ Нп/м}, \quad j = 1; 2.$$

8. По известным коэффициентам затухания $\beta_j^{(z)}$ на частотах F_{pj} определяются структурные коэффициенты $\delta_1^{(z)}$ и $\delta_2^{(z)}$ в области высоких частот

$$\delta_1^{(z)} = \frac{\beta_1^{(z)} F_{p2}^4 - \beta_2^{(z)} F_{p1}^4}{F_{p1}^2 F_{p2}^4 - F_{p2}^2 F_{p1}^4}, \quad \delta_2^{(z)} = \frac{\beta_2^{(z)} F_{p1}^4 - \beta_1^{(z)} F_{p2}^4}{F_{p1}^2 F_{p2}^4 - F_{p2}^2 F_{p1}^4}.$$

9. По известным структурным коэффициентам $\delta_1^{(z)}$ и $\delta_2^{(z)}$ строится частотная зависимость коэффициента затухания $\beta^{(z)} = \delta_1^{(z)} f^2 + \delta_2^{(z)} f^4$ в области высоких частот и определяется частотная зависимость механической добротности в этом частотном диапазоне

$$Q_m^{(z)}(f) = \frac{\pi f}{v^D (\delta_1^{(z)} f^2 + \delta_2^{(z)} f^4)},$$

где $v^D = \sqrt{c_{33}^D / \rho_0}$ – скорость распространения плоских волн сжатия-растяжения в направлении вектора электрической поляризации пьезоэлектрического диска.

10. По известному значению динамической электрической емкости C_{σ}^* определяется

диэлектрическая проницаемость χ_{33}^E . Выполняется проверка на соответствие с ранее определенными значениями χ_{33}^E и K_{33}^2 , поскольку $\chi_{33}^* = \chi_{33}^E (1 + K_{33}^2)$. В случае существенного расхождения расчетной величины χ_{33}^* со значением χ_{33}^* , которое определено из эксперимента, необходимо проанализировать ситуацию и, в случае необходимости, повторить измерения.

11. По известным значениям частот f_{p1} и f_{p2} находится отношение $\xi_{21} = f_{p2} / f_{p1}$, и по этому отношению из табл. 1 находится параметр k и числовое значение корня x_1 .

12. По известному значению x_1 определяется модель упругости

$$c_{11} = \rho_0 (2\pi R f_{p1} / x_1)^2, \text{ Па.}$$

13. По известным величинам c_{11} и k определяется модуль упругости

$$c_{12} = k c_{11}, \text{ Па.}$$

14. По известным значениям c_{11} , c_{12} и c_{33}^E определяются модули упругости

$$c_{12}^E = \frac{c_{33}^E}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{c_{12}}{c_{33}^E}} \right), \text{ Па},$$

$$c_{11}^E = c_{11} + \frac{(c_{12}^E)^2}{c_{33}^E}, \text{ Па.}$$

15. По известному значению параметра k и измеренной частоте f_{a1} первого электромеханического антирезонанса определяется квадрат коэффициента электромеханической связи в режиме радиальных (планарных) колебаний пьезокерамического диска

$$K_{31}^2 = \frac{1}{2} \left[1 - k - \frac{\zeta_1 J_0(\zeta_1)}{J_1(\zeta_1)} \right],$$

где $\zeta_1 = x_1 f_{a1} / f_{p1}$.

16. По известным значениям K_{31}^2 , c_{11} и χ_{33}^* определяется пьезомодуль для режима планарных колебаний

$$e_{31}^* = -K_{31} \sqrt{c_{11} \chi_{33}^*}, \text{ Кл/м}^2.$$

17. По известным значениям e_{31}^* , e_{33} , c_{12}^E и c_{33}^E определяется пьезомодуль

$$e_{31} = e_{31}^* + e_{33} c_{12}^E / c_{33}^E, \text{ Кл/м}^2.$$

18. По известным значениям электрического импеданса диска $Z_{эл}(f_{p1})$ и $Z_{эл}(f_{p2})$ на

частотах первого и второго электромеханического резонанса радиальных колебаний определяются добротности

$$Q_{Mj}^{(p)} = \frac{R \left[(x_j^2 + k - 1) J_1(x_j) - k x_j J_0(x_j) \right]}{4 x_j \nu C_\sigma^* K_{31}^2 J_1(x_j) Z_{эл}(f_{pj})}, \quad j = 1, 2,$$

где x_j – числовое значение j -го корня из табл. 1; $\nu = \sqrt{c_{11}/\rho_0}$ – скорость распространения радиальных (планарных) колебаний в пьезокерамическом диске, определенная без учета потерь на вязкое трение.

19. По известным добротностям $Q_{M1}^{(p)}$ и $Q_{M2}^{(p)}$, по аналогии с процедурами п.п. 7–9, выполняется оценка частотной зависимости механической добротности в области средних частот.

20. По известным значениям материальных параметров пьезокерамики рассчитывается диэлектрическая проницаемость

$$\chi_{33}^\sigma = \chi_{33}^\varepsilon (1 + \Delta\chi_{33}^\sigma), \quad \Phi/\text{м},$$

где

$$\Delta\chi_{33}^\sigma = \frac{2e_{31}^2 c_{33}^E - 4e_{31}e_{33}c_{12}^E + e_{33}^2(c_{11}^E + c_{12}^E)}{\chi_{33}^\varepsilon [c_{33}^E(c_{11}^E + c_{12}^E) - 2(c_{12}^E)^2]}.$$

Рассчитанное значение χ_{33}^σ сравнивается со значением χ_{33}^ε , которое получено в результате измерения емкости C_σ^σ на измерительном приборе. В случае большого расхождения числовых значений диэлектрической проницаемости χ_{33}^σ выполняется анализ предыдущих вычислений, и, если это необходимо, выполняются новые измерения [3].

Результаты экспериментального определения материальных констант пьезокерамики приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты экспериментального определения материальных констант пьезокерамики

| Входящие величины | | Выходящие величины | |
|---|-----------------------|--|-----------------------|
| параметр | значение | параметр | значение |
| Материал | керамика типа ЦТС | Частота f_{a1} , Гц | $35,695 \cdot 10^3$ |
| Радиус диска R , м | $33 \cdot 10^{-3}$ | Частота f_{a2} , Гц | $84,530 \cdot 10^3$ |
| Толщина диска α , м | $3 \cdot 10^{-3}$ | Плотность ρ_0 , кг/м ³ | 7428 |
| Статическая емкость C_σ^σ , Ф | $16,68 \cdot 10^{-9}$ | Модуль упругости c_{33}^E , ГПа | 105,4 |
| Частота F_{p1} , Гц | $641,748 \cdot 10^3$ | Модуль упругости c_{11}^E , ГПа | 99,32 |
| Частота F_{p2} , Гц | $1516,364 \cdot 10^3$ | Модуль упругости c_{12}^E , ГПа | 50,46 |
| Частота F_{a1} , Гц | $714,546 \cdot 10^3$ | Пьезомодуль e_{33} , Кл/м ² | 13,049 |
| Модуль $Z_{эл}(F_{p1})$, Ом | 3,895 | Пьезомодуль e_{31} , Кл/м ² | -4,953 |
| Модуль $Z_{эл}(F_{p2})$, Ом | 2,282 | Диэл. проницаемость χ_{33}^σ , Ф/м | $14,63 \cdot 10^{-9}$ |
| Частота f_{p1} , Гц | $31,906 \cdot 10^3$ | Добротность $Q_{M1}^{(z)}$ | 48,481 |
| Частота f_{p2} , Гц | $82,840 \cdot 10^3$ | Добротность $Q_{M1}^{(p)}$ | 204,786 |

Выводы. Основные результаты настоящей статьи можно зафиксировать следующим образом:

1. Предложена методика экспериментального определения материальных констант пьезокерамики, которая позволяет в рамках эксперимента на одном образце определить три (из четырех, не равных друг другу) модуля упругости c_{11}^E , c_{12}^E и c_{33}^E , два (из двух, не

равных друг другу) пьезомодуля e_{31} и e_{33} и одно из двух, не равных друг другу, значение диэлектрической проницаемости χ_{33}^ε .

2. Впервые в практике измерения материальных констант пьезокерамики был поставлен и разрешен вопрос об определении частотной зависимости уровня потерь энергии в объеме колеблющейся пьезокерамики.

Список литературы

References

1. Петрищев О. Н. Электрический импеданс колеблющегося диска. Ч. 1. Определение электрического импеданса пьезокерамического диска и его расчет в области низких частот / О. Н. Петрищев, К. В. Базило // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2016. – № 3.
2. Петрищев О. Н. Электрический импеданс колеблющегося диска. Ч. 2. Расчет электрического импеданса пьезокерамического диска в области средних и высоких частот / О. Н. Петрищев, К. В. Базило // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2016. – № 3.
3. Спосіб визначення фізико-механічних констант п'єзокерамічних матеріалів / О. М. Петрищев, К. В. Базило / Патент України на корисну модель по заявці u 2016 05384 від 18.05.2016.
1. Petrishchev, O. N., Bazilo, C. V. (2016) Electrical impedance of oscillating disk. Part 1. Determination of electrical impedance of piezoceramic disk and its calculation in low frequency region. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo technologichnogo universytety*, No. 3 [in Russian].
2. Petrishchev, O. N., Bazilo, C. V. (2016) Electrical impedance of oscillating disk. Part 2. Determination of electrical impedance of piezoceramic disk and its calculation in medium and high frequency regions. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo technologichnogo universytety*, No. 3. [in Russian].
3. Petrishchev, O. M., Bazilo, C. V. (2016) The method for determination of physical and mechanical constants of piezoceramic materials. Patent of Ukraine, application u 2016 05384, 18.05.2016.

O. N. Petrishchev, *Dr.Sc., professor*,

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"

Peremogy ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine

C. V. Bazilo, *Ph.D. (Eng.), associated professor*

Cherkasy State Technological University

Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine

THE ALGORITHM FOR EXPERIMENTAL DETERMINATION OF PHYSICAL AND MECHANICAL CONSTANTS OF PIEZOCERAMIC MATERIALS

The final goal of mathematical modeling of physical condition of vibrating piezoelectric elements consists in qualitative and quantitative description of characteristics and parameters of existing electrical and elastic fields. It is evident that it is not possible to obtain meaningful and reliable quantitative estimates of physical condition parameters of piezoelectric (piezoceramic) elements without reliable data on the values of the materials of physical and mechanical constants.

Noncontradictory algorithm for experimental determination of material constants of piezoelectric ceramics, which allows to obtain reliable values of at least three modules of elasticity, two elements of the matrix of piezoelectric coefficients and one element of the matrix of dielectric constants, is offered.

For the first time in the practice of measurement of piezoceramic material constants the question of the determination of frequency dependence of energy losses level in a volume of oscillating piezoceramics is raised and resolved.

Keywords: *thin disk, piezoelectric ceramics, electrical impedance, physical and mechanical constants.*

Статтю представляє О. М. Петрищев, д.т.н., професор, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут».